

# Werkstoffmodellierung in der numerischen Mechanik— mikro- und makromechanische Charakterisierung von Holz

Eberhardsteiner, Josef  
Hofstetter, Karin

Veröffentlicht in:  
Jahrbuch 2007 der Braunschweigischen  
Wissenschaftlichen Gesellschaft, S.157-172



J. Cramer Verlag, Braunschweig

## **Werkstoffmodellierung in der numerischen Mechanik– mikro- und makromechanische Charakterisierung von Holz\***

JOSEF EBERHARDSTEINER und KARIN HOFSTETTER

Technische Universität Wien, Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen  
Karlsplatz 13/202, 1040 Wien, Österreich  
email: {ej,kh}@imws.tuwien.ac.at

Im modernen konstruktiven Holzbau kommen in zunehmendem Maße zweidimensionale (platten- oder schalenartige) Tragelemente zum Einsatz. Von Standardfällen abgesehen, sind zur Berechnung und Bewertung des Deformations- und Festigkeitsverhaltens derartiger Holzkonstruktionen keine universell einsetzbaren analytischen Berechnungsverfahren verfügbar. Aus diesem Grund erfordert die Durchführung realitätsnaher, zuverlässiger Traglastanalysen sowie die Ermittlung des räumlichen Deformationsverhaltens solcher zweiachsig gespannten Bauteile die Anwendung numerischer Berechnungsverfahren, wie z.B. der Finite-Elemente (FE)-Methode. Aber auch im traditionellen Holzbau mit seinen trägerrostartigen Strukturen treten im Bereich der Verbindungsmittel dreidimensionale Beanspruchungszustände auf, welche mit herkömmlichen Mitteln nur unzulänglich quantifiziert werden können. Zur Analyse der in diesem Zusammenhang resultierenden Spannungskonzentrationen bedarf es daher ebenfalls des Einsatzes numerischer Simulationen. Grundlage für die Anwendung numerischer Verfahren ist die Verfügbarkeit geeigneter Materialgesetze, welche das Steifigkeits- und Festigkeitsverhalten von mehrachsig, schräg zur Faser beanspruchtem Holz zuverlässig beschreiben. Solche Materialgesetze sind zurzeit lediglich in geringem Umfang vorhanden. Vielmehr bestehen beträchtliche Defizite an werkstoffmechanischem Grundlagenwissen im Hinblick auf das mechanische Verhalten von Holz bei allgemein dreidimensionaler Beanspruchung.

Dieser Missstand veranlasste bereits in den frühen 1990er-Jahren die Etablierung eines Forschungsschwerpunkts zum mechanischen Verhalten von Holz am Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen (IMWS) der TU Wien. Seither wird intensiv an einer Erweiterung und Verbesserung des Materialver-

---

\* Der Vortrag wurde am 04.05.2007 beim Kolloquium anlässlich der Jahresversammlung der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft gehalten.

ständnisses und einer mathematischen Beschreibung des Materialverhaltens von Holz gearbeitet. Im vorliegenden Beitrag soll der eingeschlagene Weg zu einem mikromechanisch motivierten Materialgesetz skizziert und gleichzeitig ein Rückblick über mehr als ein Jahrzehnt Forschungsaktivität im Bereich Holz am IMWS gegeben werden.

Die Auseinandersetzung mit dem Werkstoff Holz am IMWS startete mit umfangreichen Versuchen an biaxial beanspruchtem Fichtenholz. Ziel war es, grundlegende Einblicke in das Materialverhalten und Daten für eine quantitative Beschreibung des Verformungs- und Festigkeitsverhaltens bei zweiachsiger Beanspruchung zu gewinnen. Eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse ist an den Beginn des vorliegenden Beitrags gestellt. Die mathematische Beschreibung des Deformationsverhaltens von Fichtenholz und dessen Versagenszustände erfolgten mittels eines Mehrflächenplastizitätsmodells, welches im zweiten Teil dieses Beitrags vorgestellt wird. Die Unzulänglichkeiten der rein phänomenologischen Formulierung dieses Modells sowie die eingeschränkte Prognosefähigkeit und die aufwändige Parameterermittlung regten die Anwendung mikromechanischer Methoden an. Den Ergebnissen dieses jüngsten Zweiges der Materialcharakterisierung von Holz am IMWS ist der dritte Teil gewidmet. Schließlich wird im vierten und letzten Teil die Anwendung der vorgestellten Modelle im praktischen Holzbau bei der numerischen Simulation von Holzkonstruktionen gezeigt.

## 1. Experimentelle Bestimmung biaxialer Festigkeiten

Die Zielsetzung der experimentellen Untersuchungen war die Bestimmung von Daten über das Steifigkeits- und Festigkeitsverhalten von biaxial, schräg zur Faserrichtung in der *LR*-Ebene beanspruchtem Fichtenholz ohne Beschränkung auf den Sonderfall der Koinzidenz einer Materialhaupttrichtung (z.B. Faserlängsrichtung *L*) mit einer Schubspannungsfreien Richtung (Hauptnormalspannungsrichtung). Die dazu notwendige Versuchseinrichtung wurde eigens entwickelt [1]. Sie besteht zum einen aus einer biaxialen servohydraulischen Festigkeitsprüfmaschine zur schrittweisen Aufbringung von Verschiebungsincrementen auf den Holzprobekörper bis zu dessen Bruch, und zum anderen aus einem berührungslos arbeitenden, laser-optischen Messsystem (Speckle-Interferometer) zur flächenhaften quantitativen Deformationsanalyse im  $140 \times 140$  mm großen Messbereich der scheibenförmigen Holzprobekörper (s. Abb. 1). Dieses Messsystem dient darüber hinaus auch zur Überprüfung der für Werkstoffversuche unerlässlichen Homogenität der Verteilung der Deformationskomponenten im Prüfbereich.

Die experimentelle Untersuchung wurde zunächst auf ausgewähltes, technologisch fehlerfreies und homogenes Fichtenholz beschränkt. Später wurde auch

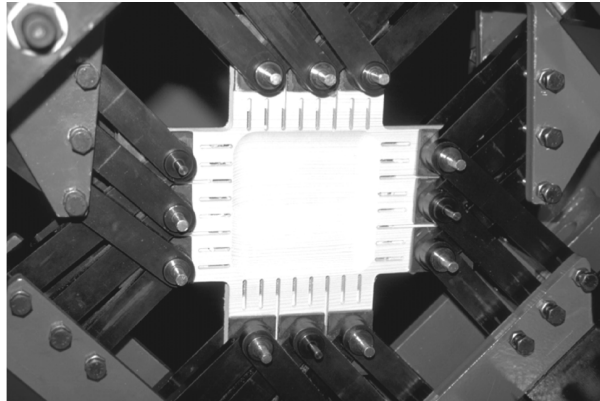


Abb. 1: Kreuzförmiger Holzprobekörper in der biaxialen Belastungseinrichtung

der Einfluss von Ästen auf das mechanische Verhalten von Fichtenholz experimentell untersucht. Durch Klimatisierung der Proben bei einer Temperatur von 20 °C und einer relativen Luftfeuchtigkeit von 65 % wurde die Holzfeuchtigkeit bei  $u = 12$  % konstant gehalten. Unter den angeführten Bedingungen werden die mechanischen Eigenschaften von fehlerfreiem Holz im Wesentlichen nur mehr von der Rohdichte beeinflusst. Im ersten Projektstadium wurde eine repräsentative Anzahl einaxialer Normzugversuche parallel und normal zur Faserlängsrichtung (insgesamt etwa 300 Versuche) durchgeführt. Als Ergebnis wurden die rohichtebezogenen elastischen Werkstoffkennwerte ( $E_L$ ,  $E_R$  und  $\nu_{LR}$ ) und einaxialen Zugfestigkeiten ( $f_{t,L}$  und  $f_{t,R}$ ) jenes Holzes, aus dem die biaxialen Probekörper hergestellt wurden, erhalten.

Die mechanischen Parameter der 439 durchgeführten biaxialen Bruchversuche waren einerseits der Winkel  $\varphi$ , den die Materialhauptachse  $L$  (Faserlängsrichtung) mit der Spannungshauptachse  $\sigma_I$  einschließt, und andererseits das Verhältnis  $\kappa$  der auf den Probekörper aufgetragenen biaxialen Zug-/Zug-, Druck-/Druck- oder gemischten Zug-/Druckbeanspruchung [1]. Die Versuchsdurchführung erfolgte verschiebungsgesteuert durch punktweises Aufbringen von Verschiebungskomponenten sowohl normal als auch parallel zum Rand des Probekörpers. Im Rahmen eines Optimierungsverfahrens wurden mit Hilfe der FE-Methode für die untersuchten Faserneigungen  $\varphi$  jene Normal- und Tangentialkomponenten des Verformungszustandes in den Lasteinleitungspunkten bestimmt, bei denen die korrespondierenden Kräfte lediglich Komponenten aufweisen, die jeweils normal zum Probenrand gerichtet sind. Unter der Voraussetzung homogener Spannungs- und Verzerrungsverteilungen im Messbereich der Proben stellen in diesem Fall die Hauptachsen des Probekörpers die Hauptrichtungen des Span-

nungszustandes dar. Die Hauptnormalspannungen lassen sich dann auf einfache Weise aus den Lasteinleitungskräften bestimmen. Letztere werden mit Hilfe von in den 24 Belastungsachsen integrierten Kraftaufnehmern gemessen.

Im Zuge der beschriebenen Versuchsreihe wurden für verschiedene Winkel  $\varphi$  jeweils die biaxialen Bruchzustände im Hauptspannungsraum bestimmt. Zur Gewährleistung signifikanter experimenteller Resultate wurden für jede Versuchskonfiguration – gekennzeichnet durch die beiden Parameter  $\varphi$  und  $\kappa$  – in der Regel sechs Versuche durchgeführt. Durch Bestimmung der jeweils aktuellen Rohdichte und unter Zugrundelegung der zuvor in der einaxialen Studie ermittelten Zusammenhänge zwischen Rohdichte und einzelnen Festigkeitswerten konnten die nicht erklärbaren Ergebnisstreuungen soweit minimiert werden, dass statistisch eindeutige Aussagen über die gesuchten biaxialen Festigkeitseigenschaften von Fichtenholz getroffen werden können.

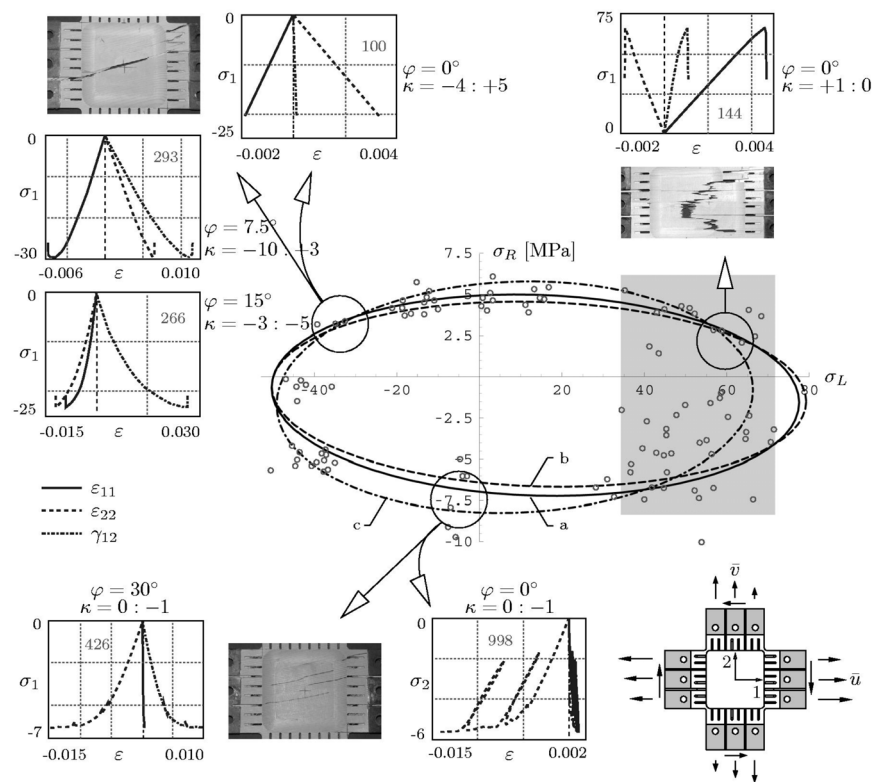


Abb. 2: Charakteristische Spannungs-Verzerrungskurven und Bruchbilder für biaxiale Beanspruchungssituationen

Als Ergebnis jedes Versuches wurden neben den biaxialen Festigkeiten Last-Verschiebungsdiagramme für die einzelnen Lasteinleitungspunkte des Probekörpers sowie die Verteilungen einzelner Deformationskomponenten im Messbereich der Probe erhalten [1]. Die im Rahmen von Werkstoffversuchen zu bestimmenden Spannungs-Dehnungsdiagramme wurden durch Summation der für die einzelnen Lastschritte im Wege von Mittelungsprozessen bestimmten Spannungs- und Verzerrungsinkremente erhalten. Je nach Art der Beanspruchung erfolgte das Versagen spröde oder duktil, wie in Abb. 2 anhand von charakteristischen Spannungs-Dehnungskurven und Bruchbildern für drei Abschnitte der Versagensfläche gezeigt wird. Das nichtlineare Materialverhalten und die je nach Versagensform stark unterschiedlichen Spannungs-Dehnungszusammenhänge können mit den derzeit angewendeten Berechnungsverfahren nicht berücksichtigt werden. Vielmehr bedarf es der Formulierung von konstitutiven Modellen im Rahmen der orthotropen Elastizitäts- und Plastizitätstheorie. Auf Grundlage der gezeigten Versuchsergebnisse wurde ein solches biaxiales konstitutives Modell für Fichtenholz am IMWS entwickelt.

## 2. Mehrflächenplastizitätsmodell

Um die Ergebnisse der biaxialen Versuche für Struktursimulationen nutzen zu können, ist eine mathematische Beschreibung des elastischen Werkstoffverhaltens und insbesondere des Bruchverhaltens von Holz notwendig. Dies erfolgt in Form von Versagensflächen, welche im initialen Zustand den Bereich linear elastischen Materialverhaltens im Spannungsraum begrenzen. Wird die Beanspruchung nach Erreichen des elastischen Grenzzustands weiter gesteigert, kann es zu einer Ver- oder Entfestigung des Materials und damit zu einer Veränderung der Versagensfläche im Spannungsraum kommen. Dies wird durch so genannte Evolutionsgesetze mathematisch beschrieben.

Die biaxialen Versuche liefern für das mathematische Modell sowohl eine quantitative Grundlage (Hauptspannungspaare  $(\sigma_1, \sigma_2)$  beim Versagenseintritt) als auch eine qualitative Basis (Spannungs-Dehnungskurven). Eine Analyse der Spannungs-Dehnungskurven zeigt, dass je nach Beanspruchungsart unterschiedliche Versagensmechanismen auftreten, wie in Abb. 2 ersichtlich ist. Diese lassen sich zu vier Grundtypen zusammenfassen [2]:

- (i) sprödes Zugversagen in Faserrichtung mit kaskadenartigem Splitterbruch,
- (ii) sprödes Versagen durch kombinierte Zug- und Schubbeanspruchung quer zur Faser mit glattem, dem Faserverlauf folgenden Bruch,
- (iii) duktiles Druckversagen quer zur Faser mit ausgeprägtem Verdichtungs- und Verfestigungsverhalten, und
- (iv) Druckversagen in Faserrichtung unter Ausbildung von lokalen bandartigen Schädigungszonen.

Die unterschiedlichen mechanischen Charakteristiken der einzelnen Versagensformen in Hinblick auf Versagenseintritt und Ver- bzw. Entfestigungsverhalten waren die Motivation für die Formulierung jeweils eigener Versagensflächen für die vier Grundversagsfälle, wie in Abb. 3 dargestellt. Diese Abbildung zeigt die initialen Versagensflächen im durch die Spannungskomponenten  $\sigma_L, \sigma_R, \tau_{LR}$  aufgespannten Spannungsraum sowie deren Projektion in die  $\sigma_L$ - $\sigma_R$ -Ebene. Auf die mathematische Formulierung der einzelnen Flächen und die verwendeten Versagskriterien wird in dieser Überblicksdarstellung nicht eingegangen, sie finden sich zum Beispiel in [2,3]. Offensichtlich dominieren die Flächen mit Bezug auf radiale Beanspruchungen (Druck oder Zug/Schub) das Materialverhalten. Zugversagen der Fasern ist nur in einem sehr engen Bereich von Spannungsverhältnissen relevant und tritt bei Faserwinkeln  $\varphi > \pm 10^\circ$  praktisch nicht mehr auf. Zusätzlich ist in Abb. 3(b) durch Pfeile angedeutet, wie sich die Versagensflächen nach Erreichen der elastischen Grenzlast gemäß den Evolutionsgesetzen verändern. Bei Druckbeanspruchung tritt stets eine Verfestigung auf, d.h. die Versagensfläche verschiebt sich im Spannungsraum vom Ursprung weg, womit ein weiterer Spannungszuwachs möglich wird. Bei Zugbeanspruchung kommt es hingegen zur Entfestigung des Materials, d.h. zu einer Verschiebung der Versagensfläche in Richtung des Ursprungs. Eine weitere Steigerung der Deformationen ist dann nur bei Reduktion der Beanspruchung und damit der Spannungen möglich. Für die mathematische Formulierung der Evolutionsgesetze wird wieder auf [2,3] verwiesen.

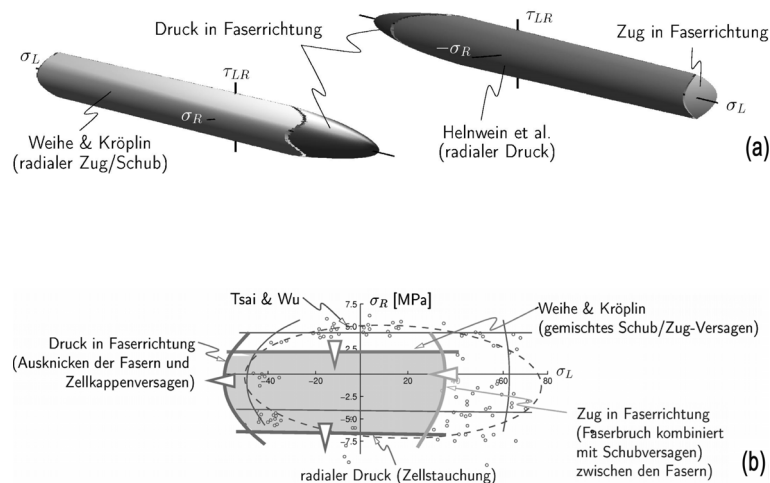


Abb.3: Versagensflächen im Spannungsraum. (a) Darstellung im  $\sigma_L$ - $\sigma_R$ - $\tau_{LR}$ -Spannungsraum. (b) Projektion in die  $\sigma_L$ - $\sigma_R$ -Ebene

Dieses Modell ist auf Basis der thermodynamischen Grundgesetze für orthotropes Materialverhalten formuliert. Es enthält sowohl physikalische Parameter, wie einachsige Festigkeiten und Bruchenergien, als auch phänomenologische Parameter. Diese können für fehlerfreies Fichtenholz anhand der Ergebnisse aus den biaxialen Experimenten identifiziert werden.

Zum Vergleich ist in den Abbildungen 2 und 3(b) auch die elliptische Versagensfläche nach TSAI & WU [4] eingetragen. Dieses Einflächenmodell ist für orthotrope Werkstoffe gut geeignet und wird daher in der Literatur häufig verwendet. Es ergibt eine gute Beschreibung der initialen Versagensfläche, erlaubt jedoch nur bedingt ein je nach Versagensform unterschiedliches Nachbruchverhalten (d.h. Verfestigung bzw. Entfestigung) zu berücksichtigen. Trotz dieser Einschränkung wurde das Einflächenmodell wegen seiner Einfachheit bei den im letzten Teil dieses Beitrags vorgestellten Struktursimulationen verwendet.

Das beschriebene Mehrflächenplastizitätsmodell ist für fehlerfreies Fichtenholz mit Beanspruchung in der  $LR$ -Ebene formuliert. Die Beschränkung auf in der  $LR$ -Ebene gespannte Holzelemente kann durch Einführung eines so genannten  $\overline{RT}$ -Äquivalents, das für eine beliebige Richtung in der transversalen Ebene ( $RT$ -Ebene) gilt, aufgehoben werden. Die Abkürzung  $\overline{RT}$  bezeichnet damit, wie im Holzbau üblich, die fasernormale Richtung. Diese Zusammenführung des mechanischen Verhaltens in  $R$ - bzw. in  $T$ -Richtung zu einem  $\overline{RT}$ -Äquivalent ist für die überwiegende Mehrzahl von Untersuchungen gerechtfertigt, da die Unterschiede in den mechanischen Eigenschaften in  $R$ - und  $T$ -Richtung im Vergleich zur  $L$ -Richtung deutlich geringer und vernachlässigbar sind [5]. Das Werkstoffgesetz für die  $L\overline{RT}$ -Ebene erhält man durch Ersetzen aller auf die  $R$ -Richtung bezogenen Größen durch entsprechende  $\overline{RT}$ -Werte. Die benötigten Materialparameter ergeben sich als gewichtete Mittelwerte aus den getrennt für die  $R$ - und die  $T$ -Richtung experimentell bestimmten Materialkennwerten. Die Gewichtung erfolgt gemäß der nach üblichen Schnittmustern in Fichtenholzbrettern auftretenden  $R$ - und  $T$ -Anteile [5].

Um die praktische Anwendbarkeit des Plastizitätsmodells zu erhöhen, wurde das Modell um die Berücksichtigung von Holzmerkmalen erweitert. Die Einbeziehung der globalen Schrägfasrigkeit von Brettern (Faserneigung) ist durch die Verwendung eines orthotropen Modellgesetzes ohne zusätzliche Maßnahmen möglich. Der Einfluss von Ästen und der damit verbundenen lokalen Faserabweichungen auf das mechanische Verhalten wird über einen dimensionslosen Astfaktor  $ksa$  (*knotsumarea*) definiert [5,6]. Dieser Faktor stellt die in Brettlängsrichtung ausgewertete Summe der Astbreiten dar. Die stärkere Auswirkung eines Kantenastes wird mittels eines Erhöhungsfaktors für die Breite des angeschnittenen Astes berücksichtigt. Der Astfaktor kann durch Adaptierung der Software der derzeit in der Holzindustrie eingesetzten automatischen Sortieranlagen erfasst werden.



Der Einfluss von Ästen und der lokalen Faserabweichungen um die Äste auf die Steifigkeitseigenschaften, d. h. auf die elastischen Materialkennwerte, erfolgt lediglich entsprechend dem geringen Volumenanteil dieser in lokal sehr beschränkten Bereichen auftretenden Holzmerkmale und wird deshalb vernachlässigt. Die Auswirkung lokaler Störungen in Form von Ästen auf die Festigkeitseigenschaften ist dagegen beträchtlich. Sie wird durch Verändern (Schrumpfen) der initialen Fließfläche für fehlerfreies Fichtenholz über eine Abminderung der ins Modell eingehenden Extremwerte der Fließspannungen in Abhängigkeit vom Astparameter berücksichtigt [6].

### 3. Mikromechanisches Modell

Beim Werkstoff Holz hängt die Art des Versagens sehr stark von der Beanspruchungsart ab. Es bestehen große Unterschiede in der Festigkeit bei Zug- und Druckbeanspruchung bzw. bei Belastung längs und quer zur Faser, welche aus dem äußerst inhomogenen Aufbau von Holz resultieren. Im Plastizitätsmodell wurde versucht, den unterschiedlichen Versagensmechanismen durch verschiedene, mikromechanisch motivierte Versagensflächen gerecht zu werden. Dies ermöglicht allerdings nur die Beschreibung der Auswirkungen der inhomogenen Mikrostruktur auf der Makroebene auf phänomenologische Weise und damit die Abschätzung des Materialverhaltens für nicht getestete Beanspruchungszustände. Eine Extrapolation auf das Verhalten von vorab nicht getesteten Holzproben ist jedoch nicht möglich, da die physikalischen Effekte und die Zusammenhänge zwischen der Mikrostruktur und dem mechanischen Verhalten des Materials keinen Eingang finden.

Mit dem Plastizitätsmodell kann also die große Variationsbreite mechanischer Kennwerte unterschiedlicher Holzarten und -proben anhand deren unterschiedlicher mikrostruktureller (chemischen und morphologischen) Kennwerte nicht erklärt werden. Dies veranlasste die Anwendung von Homogenisierungsverfahren am IMWS zur Formulierung eines mikromechanischen Modells für das mechanische Verhalten von Holz.

Kern des zuletzt genannten Modells ist die Identifizierung universeller Grundbausteine und morphologischer Strukturen in Holz. Mit Lignin, Hemizellulose, Zellulose und Wasser finden sich auf der Nanometerskala solche von der Holzart unabhängige Grundbausteine mit universellen mechanischen Eigenschaften [7]. Die damit verbundene hierarchische Struktur von Holz ist in Abb. 4 schematisch dargestellt: Lignin, Hemizellulose und Wasser bilden eine amorphe Polymermatrix, in welche die teils kristallinen, teils amorphen Zellulosefasern eingebettet sind. Dieses Zellwandmaterial ist von zylindrischen Poren durchdrungen, welche bei Nadelhölzern alle etwa gleiche Größenordnung aufweisen, bei Laubhölzern jedoch aufgrund des Vorhandenseins von Gefäßen mit wesentlich größeren Lumen eine zweiskalige Porosität erzeugen.

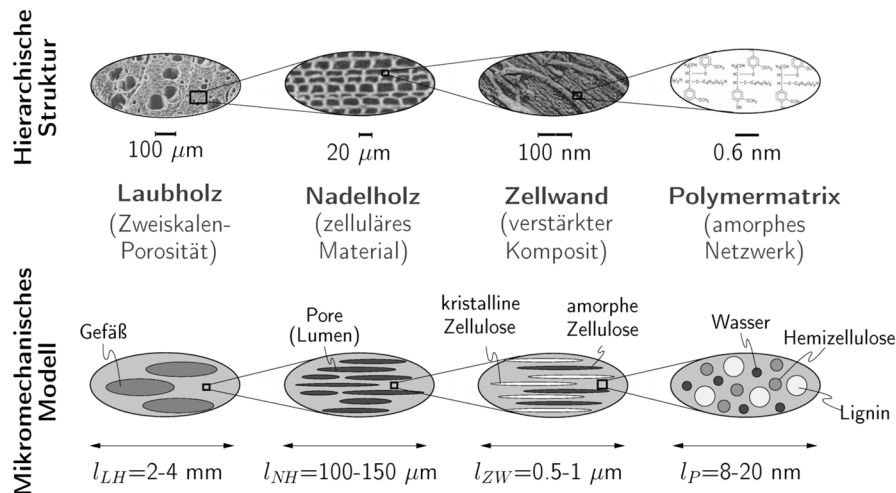


Abb. 4: Hierarchische Struktur von Holz und deren Abbildung im mikromechanischen Modell

Die Repräsentierung dieser Mehrskalenstruktur im Rahmen der Methode der Kontinuumsmechanik ist ebenfalls in Abb. 4 skizziert. Dieses Homogenisierungsverfahren ermöglicht es, auf semi-analytische Weise einen Zusammenhang zwischen den mechanischen Eigenschaften der Grundbausteine und den entsprechenden makroskopischen Steifigkeits- und Festigkeitskennwerten von Holz herzustellen. In jedem der vier Homogenisierungsschritte, die jeweils Skalenübergänge bilden, wird dabei für das (mikro-)heterogene Material ein äquivalentes homogenes Material mit effektiven mechanischen Materialkennwerten ermittelt, welches bei homogener Beanspruchung gleiches mechanisches Verhalten aufweist. Als Eingangsdaten werden lediglich die holzartenspezifische chemische Zusammensetzung sowie die Rohdichte und der Wassergehalt des betrachteten Holzstückes benötigt. Diese Daten sind leicht ermittelbar und ermöglichen so eine vielseitige Einsetzbarkeit dieses Modells. Derzeit lassen sich mit dem mikromechanischen Modell der Steifigkeitstensor von Holz, d.h. alle neun elastischen Konstanten des orthotropen Werkstoffs sowie elastische Grenzzustände bei beliebiger Beanspruchung des Materials vorhersagen [7,8]. Die semi-analytischen Gleichungen, welche für die Materialkennwerte erhalten werden, können mit FE-Simulationen von Holzkonstruktionen gekoppelt und dabei am Integrationspunkt für die lokal auftretenden mikrostrukturellen Parameter ausgewertet werden.

Der Nutzen des Modells liegt neben der Ermittlung von Materialkennwerten für Struktursimulationen insbesondere darin, Einblick in die Funktionsweise des

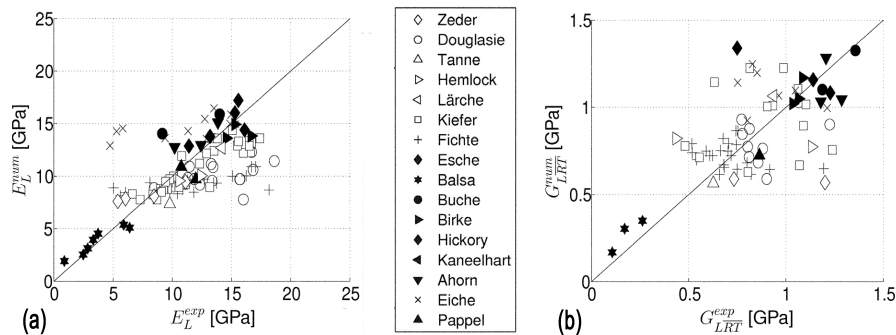


Abb. 5: Validierung des mikromechanischen Modells durch Vergleich von numerischen und experimentellen Ergebnissen. (a) Longitudinaler Elastizitätsmodul  $E_L$ . (b) Longitudinaler Schubmodul  $G_{LRT}$ .

Werkstoffs Holz zu gewinnen und die Untersuchung physikalischer Phänomene auf der Längenskala ihres Auftretens zu ermöglichen

Das Modell wurde durch Vergleich von Simulationsergebnissen mit entsprechenden Messwerten für sehr umfangreiche Sätze von Steifigkeits- und Festigkeitsdaten validiert. Stellvertretend sind in Abb. 5 Korrelationsplots für den Elastizitätsmodul und den Schubmodul in longitudinaler Richtung dargestellt. Der Mittelwert und die Standardabweichung der normierten Abweichungen zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen betragen  $8.2 \pm 25.5$  % für  $E_L$  und  $1.3 \pm 27.4$  % für  $G_{LRT}$ . Die geringen Abweichungen beeindrucken insbesondere im Hinblick auf die Vielzahl der betrachteten Holzarten und Probestück (118 Proben aus 16 Holzarten bei  $E_L$  und 73 Proben aus 14 verschiedenen Holzarten bei  $G_{LRT}$ ). Aufgrund der Unabhängigkeit der Eingangsdaten in das Modell und der zum Vergleich herangezogenen makroskopischen Messwerte mechanischer Kenngrößen konnte durch diesen Vergleich die Vorhersagefähigkeit des Modells bestätigt werden. Weitere Vergleiche von numerischen Schätzwerten und experimentellen Daten, insbesondere auch für die vorhin besprochenen biaxialen Versuche, finden sich in [7-9].

#### 4. Anwendungsbeispiele

Mit den vorgestellten Plastizitätsmodellen und dem kontinuumsmechanischen Modell stehen leistungsfähige Werkzeuge für die numerische Simulation von Holz und Holzwerkstoffen zur Verfügung. Mit ihnen lässt sich eine Vielzahl an holzbaupraktischen Aufgabenstellungen bewältigen. Aufwändige räumliche Schalenkonstruktionen können ebenso analysiert werden wie lokale

Schwachstellen von Konstruktionen, seien es ein Durchbruch in einem Träger oder eine Ausklinkung. Weiters erlauben derartige Plastizitätsmodelle genaue Analysen von Verbindungsmitteln und der von ihnen hervorgerufenen lokalen Beanspruchungszustände in den Holzbauteilen. Über das physikalisch basierte mikromechanische Modell ist außerdem die Berücksichtigung von viskosen Effekten oder klimatischen Einflüssen auf das Materialverhalten auf direkte Weise möglich.

Im Folgenden wird der Einsatz der beschriebenen Plastizitätsmodelle in numerischen Simulationen anhand von zwei ausgewählten baupraktischen Aufgabenstellungen – einer komplexen dreidimensionalen Struktur („Tonnenschale“) und einem Knoten mit vorwiegend eindimensionalen Holzelementen („Dreieck“) – näher erläutert.

#### 4.1. Tonnenschale mit Öffnung

Das erste Beispiel zeigt die Ermittlung der Spannungsverteilung in einem Tonnendach mit einer quadratischen Öffnung im Firstbereich. Die numerische Simulation erfolgt mittels der Methode der Finiten Elemente unter Einsatz des Einflächenplastizitätsmodells.

Die Tonnenschale weist eine Länge von 10 m in der Axialrichtung und eine Breite von 8 m auf (vgl. Abb. 6). Sie ist an beiden geraden Rändern gelenkig gelagert, an den kreisförmigen Rändern ist die Verschiebung in vertikaler Rich-

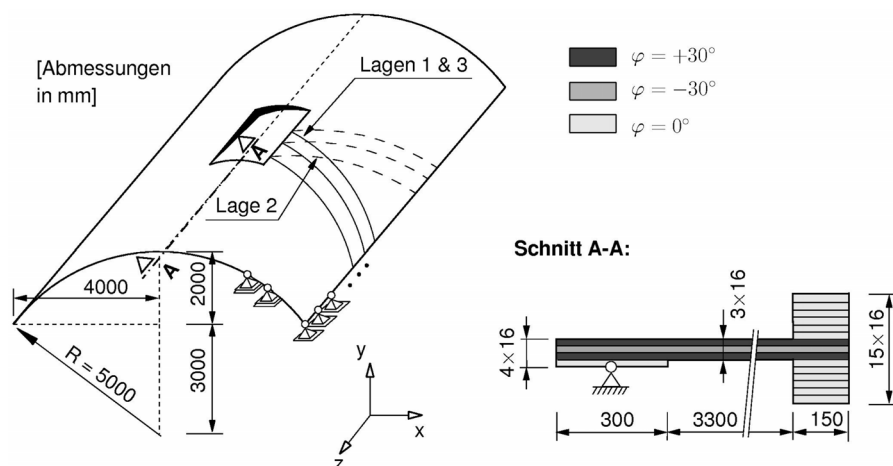


Abb. 6: Abmessungen und Aufbau der Tonnenschale

tung verhindert. Die Schale besteht aus drei Lagen Fichtenholzbrettern mit Dicken von jeweils 16 mm. In den äußeren Schichten sind die Bretter in einem Winkel von  $\varphi = +30^\circ$  zur vertikalen  $xy$ -Ebene angeordnet, während in der mittleren Lage die Anordnung in einem Winkel von  $\varphi = -30^\circ$  erfolgt. Die äußeren Ränder sind durch eine zusätzliche, 30 cm breite Schicht von parallel zu den Rändern verlaufenden Brettern verstärkt.

Im Zentrum der Tonnenschale befindet sich eine Öffnung mit einer Größe von  $2.50 \times 1.50$  m. Die Ränder der Öffnung sind durch einen Brettschichtholzträger mit den Abmessungen  $150 \times 240$  mm ausgesteift (s. Schnitt A-A in Abb. 6). Dieser besteht aus der Schalenstruktur in der Mitte und 12 Verstärkungsbrettern mit je 16 mm Dicke, jeweils sechs auf der Ober- und der Unterseite der Schale. Es wird angenommen, dass bei allen Brettern die Faserrichtung ( $L$ -Richtung) mit der Orientierung  $\varphi$  übereinstimmt. Die Materialparameter sind in [10] angegeben.

Auf die Schale wirkt ein konstantes Eigengewicht von  $0.216 \text{ kN/m}^2$  und eine Nutzlast von 225 kN, welche gleichmäßig entlang des Versteifungsbalkens um die Öffnung verteilt ist.

Die FE-Simulation wurde mit dem Programm MSC.marc durchgeführt. Das FE-Modell besteht aus 1484 vierseitigen Schalenelementen mit 11 Integrationspunkten über die Dicke.

In der Schale treten sowohl Membran- als auch Biegedeformationen auf. Letztere sind in der Nähe der Öffnung dominant und rufen dort signifikante Spanningskonzentrationen hervor (Abb. 7). Die Extremwerte der Normalspannung in den Fasern,  $\sigma_L$ , (s. Abb. 7(a)) treten in der Schale am Übergang zum Versteifungsträger um die Öffnung im Eckbereich auf und bleiben unter der Druckfestigkeit in  $L$ -Richtung. Die maximalen Schubspannungen in der Schalebene,  $\tau_{LR}$ , (s. Abb. 7(b)) erreichen jedoch beinahe die Größe der Anrissspannungen.

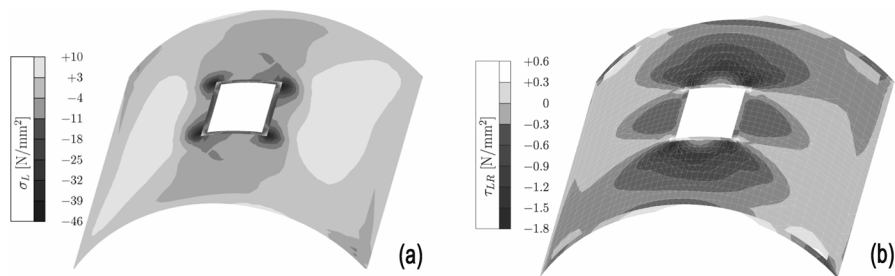


Abb. 7: Spannungsverteilung in der Schale. (a) Normalspannung in Faserrichtung,  $\sigma_L$ , in der obersten Schicht. (b) Schubspannung  $\tau_{LR}$  in der Ebene der Mittelschicht

Neben der auftretenden Spannungsverteilung liefert das Plastizitätsmodell auch Information über die aktiven Versagensmechanismen und das Ausmaß inelastischer Deformationen. Diese bleiben im vorliegenden Beispiel auf die unmittelbare Nähe der Öffnung beschränkt und werden vor allem durch Zellstauchung infolge von Druck normal zur Faserrichtung und durch Rissbildung unter Schubbeanspruchung hervorgerufen. Die Ergebnisse der Simulation, insbesondere die Identifizierung kritischer Bereiche in der Schale, bilden eine hervorragende Basis für eine strukturelle Optimierung der Konstruktion mit dem Ziel der Erhöhung von Tragfähigkeit und Dauerhaftigkeit. Mit herkömmlichen, in der Regel eindimensionalen, Materialmodellen für Holz wären solche Betrachtungen unmöglich.

## 4.2. Dreibock

Das zweite Beispiel, ein Dreibock, soll verdeutlichen, dass keineswegs nur aufwändige Strukturen wie die Tonnenschale die Anwendung dreidimensionaler Materialmodelle erfordern. Vielmehr treten auch bei den Pfostenkonstruktionen des klassischen Holzbaus im Bereich der Verbindungen Versagen verursachende räumliche Beanspruchungen auf, welche die Anwendung von häufig eingesetzten eindimensionalen Betrachtungsweisen für die Analyse und Bemessung solcher Konstruktionsdetails einschränken oder gar ausschließen. Weitere Anforderungen an das Materialmodell ergeben sich im vorliegenden Beispiel aus dem ausgesprochen duktilen Versagensmechanismus der Dreibock-

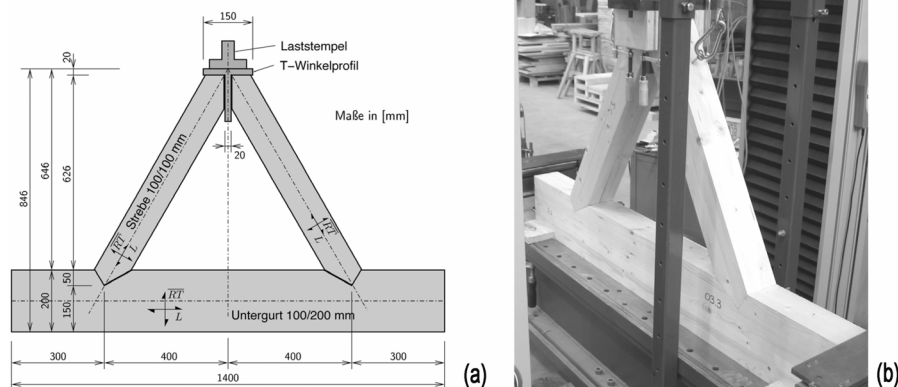


Abb. 8: Dreibock. (a) Abmessungen der Konstruktion. (b) Versuchsaufbau

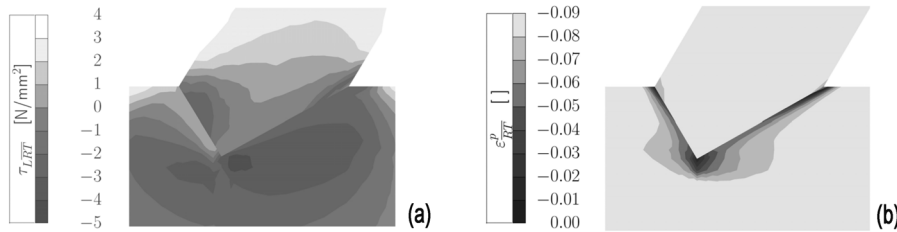


Abb. 9: Versatzbereich im Traglastzustand. (a) Transversale Normalspannung  $\sigma_{RT}$ . (b) Plastische Verzerrung  $\epsilon_{RT}^p$

konstruktion. Die Bestimmung der Traglast bedarf einer korrekten Beschreibung der plastischen Deformationen in der vorwiegend auf Querdruck beanspruchten Struktur durch das Materialmodell. Das Einflächenplastizitätsmodell erfüllt die beschriebenen Anforderungen und wird für die im Folgenden beschriebenen numerischen Simulationen verwendet.

Der Dreibock ist aus einem Untergurt der Dimension 100/200 mm und zwei Streben der Dimension 100/100 mm aufgebaut. Die genauen Abmessungen sind Abb. 8(a) zu entnehmen, die Materialparameter sind in [6] angegeben.

Aufgrund der Symmetrie von Belastung und Struktur wird nur eine Hälfte der Konfiguration im FE-Modell berücksichtigt. Die Beanspruchung der FE-Struktur erfolgte durch Vorgabe vertikaler Verschiebungen in jenen Knotenpunkten des T-förmigen Stahlwinkels, die mit dem Laststempel in Kontakt sind.

Die FE-Simulation gibt Aufschluss über die Spannungsverteilung im Versatzbereich. Die hohe Querdruckbeanspruchung des Untergurts (Abb. 9(a)) führt zur Ausbildung ausgeprägter Zonen mit plastischen Deformationen (Abb. 9(b)). Bis zum Erreichen der Traglast infolge Druckversagen in  $RT$ -Richtung können deutliche plastische Tragreserven aktiviert werden. Das duktile Verhalten der Konstruktion zeigt sich auch am ausgeprägt nichtlinearen Verlauf des Last-Verschiebungsdiagramms (Abb. 10), in welchem die Summe der vertikalen Reaktionskräfte in den korrespondierenden Knoten der Lasteinleitung in Abhängigkeit von der Absenkung aufgetragen sind.

Die Validierung des FE-Modells erfolgte durch Versuche im Bautechnikzentrum der TU Graz (s. Abb. 8(b) für den Versuchsaufbau). Die Belastung wurde verschiebungsgesteuert mit einer Deformationsgeschwindigkeit von 0.7 mm/min vorgenommen.

Der Verlauf der resultierenden Kräfte der Prüfmaschine in Abhängigkeit von der Absenkung der Traverse ist in Abb. 10 im Vergleich mit dem Last-Verschiebungsdiagramm aus der numerischen Simulation dargestellt. Qualitativ stimmt der

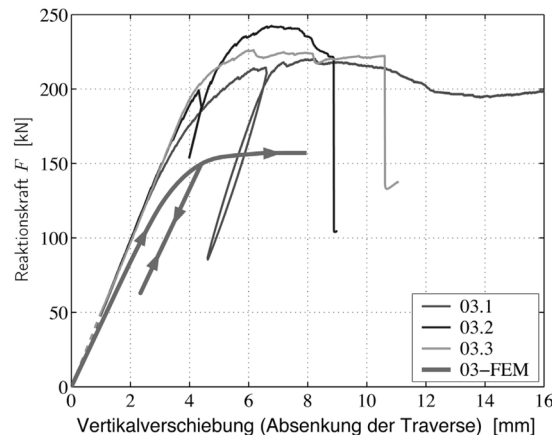


Abb. 10: Last-Verschiebungsdiagramm – numerische und experimentelle Ergebnisse

deutlich nichtlineare Verlauf der Last-Verschiebungs-Kurve der FE-Berechnung bis zum Erreichen der Traglast gut mit den Versuchsergebnissen überein.

Die Größe der Traglast der FE-Simulation liegt jedoch deutlich unter den in den Versuchen erreichten Traglasten. Zusätzlich zu den üblichen Streuungen der Materialkennwerte im Holzbau ist die Beschränkung auf kleine Verzerrungen im Simulationsmodell ein möglicher Grund für die zu gering berechnete Traglast. Für den dominierenden Versagensmechanismus "Druckbeanspruchung in *RT*-Richtung" kommt es bei großen Verzerrungen zu einer Verfestigung, welche im Werkstoffmodell nicht berücksichtigt ist. Dies kann auf Strukturebene zu höheren Traglasten führen. Weiters wurde die Bestimmung der initialen Fließspannung für Druckbeanspruchung in *RT*-Richtung anhand einer geringen Anzahl von Experimenten durchgeführt. Zur Absicherung dieses Materialparameters sind für diesen Beanspruchungsfall weitere Werkstoffversuche erforderlich.

In beiden Anwendungsbeispielen könnten mit den herkömmlichen, in der Regel eindimensionalen Materialbetrachtungen für Holz keine oder nur unrealistische Ergebnisse erhalten werden. Erst der Einsatz leistungsfähiger Materialmodelle, die das orthotrope Verhalten von Holz in einer dreidimensionalen Formulierung berücksichtigen und auch eine Beschreibung des inelastischen Verhaltens bieten, ermöglicht Einblicke in das Material- und Strukturverhalten. Die Ergebnisse eröffnen neue Wege in der Bauteilbemessung und -optimierung.

In der Weiterentwicklung der mikromechanischen Modelle steckt enormes Potential. Sie stellen eine ideale Ergänzung zu den bereits ausgereiften Plastizitätsmodellen dar, indem sie die Ermittlung von Eingabedaten für diese Modelle in



Abhängigkeit von mikrostrukturellen Kenngrößen ermöglichen. Ganz wesentlich ist die durchgängige Begleitung der Entwicklung numerischer Modelle mit Experimenten. Sie geben Einblick in das Materialverhalten, erlauben die Identifikation von Materialparametern, sowie letztendlich die Validierung bestehender Modelle.

### Literatur

- [1] J. EBERHARDSTEINER: Mechanisches Verhalten von Fichtenholz – Experimentelle Bestimmung der biaxialen Festigkeitseigenschaften. Springer Verlag (2002).
- [2] P. MACKENZIE-HELNWEIN, J. EBERHARDSTEINER & H.A. MANG: Computational Mechanics 31 (2003).
- [3] P. MACKENZIE-HELNWEIN, J. EBERHARDSTEINER & H.A. MANG: Proc. COMPLAS 2003, Barcelona (2003).
- [4] S.W. TSAI & E.M. WU: Journal of Composite Materials 5 (1971).
- [5] M. FLEISCHMANN: Dissertation, TU Wien (2005).
- [6] M. FLEISCHMANN, H. KRENN, J. EBERHARDSTEINER & G. SCHICKHOFFER: Holz als Roh- und Werkstoff 65 (2007).
- [7] K. HOFSTETTER, CH. HELLMICH & J. EBERHARDSTEINER: European Journal of Mechanics A-Solids 24 (2005).
- [8] K. HOFSTETTER, CH. HELLMICH, J. EBERHARDSTEINER & H.A. MANG: Mechanics of Advanced Materials and Structures, im Druck.
- [9] K. HOFSTETTER, CH. HELLMICH & J. EBERHARDSTEINER: Pre-Proc. of Int. Conf. on 'Integrated Approach to Wood Structure, Behaviour and Applications', Florenz (2006).
- [10] P. MACKENZIE-HELNWEIN, H.W. MÜLLNER, J. EBERHARDSTEINER & H.A. MANG: Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 194 (2004).